SESION 9

ECUACIONES DE LA RECTA

I. CONTENIDOS:

1. La línea recta.
2. Ecuación dos puntos.
3. Ecuación punto pendiente.
4. Ecuación pendiente ordenada al origen.
5. Ecuación simétrica en relación a la ecuación general

II. OBJETIVOS:

Al término de la Clase, el alumno:

- Graficará una recta al conocer las coordenadas de dos puntos de la misma.
- Analizará las ecuaciones de la recta:
  - Dos puntos.
  - Punto-pendiente.
  - Pendiente-ordenada al origen.
  - Forma simétrica.
  - Forma general.
- Transformará las otras formas a la forma general de la recta.
- Graficará una recta a partir de cualquiera de las formas de su ecuación.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

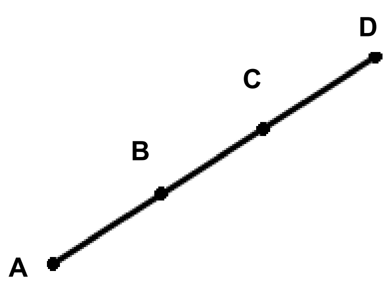
Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- ¿Cuántos puntos crees que son necesarios para graficar una recta?
- ¿Cómo distinguirías una recta de otra en un plano cartesiano?

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1. La línea recta

Definición: Es el lugar geométrico de los puntos tales que, tomados dos de ellos cualesquiera, el valor de la pendiente no cambia.



$m_{AB} = m_{AC} = m_{BD} = m_{CD} \ldots$

Ecuación general de la recta.
La representación algebraica de una recta es una ecuación de la forma: $Ax + By + C = 0$, en la que A, B y C son constantes reales. Ejemplos:

$3x + 4y - 9 = 0$ $5x + 8 = 0$ $3y + 8 = 0$ $3y - 6 = 0$ $x + y = 0$

Ecuaciones particulares.
Además de la ecuación general hay otras ecuaciones que dependen de la información que se tenga.

2.1. Ecuación dos puntos

a) Si se conocen "dos puntos", P_1 (x_1,y_1); P_2 (x_2,y_2). La ecuación es:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \qquad x_2 \neq x_1$$

3.1. Ecuación punto pendiente

b) Cuando los datos son <u>un punto</u> (x_1, y_1) y la pendiente (m) entonces la ecuación es:

$$y - y, = m\ (x - x_1)$$

4.1. Ecuación pendiente ordenada al origen

c) En el caso en que la información es la pendiente (m) y la ordenada al origen (0, b) se llegará a la ecuación:

$y = mx + b$ donde $m = \frac{-A}{B}$ y $b = \frac{-C}{B}$

5.1. Ecuación simétrica en relación a la ecuación general

d) Si la información son las intersecciones de la recta con los ejes coordenados (a,0); (0,b). La ecuación será:

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ $a, b \neq 0$ también conocida como ecuación simétrica que puede modificarse a la forma $\boxed{bx + ay = ab}$

Todas las formas particulares se pueden transformar a la Ecuación General, igualando a cero dichas ecuaciones.

Nota: *Aunque no es obligatorio, se acostumbra que al igualar a cero el procedimiento permita que el término en x sea positivo.*

En los siguientes ejemplos vamos a ilustrar como se determina la ecuación de una recta. Los ejemplos corresponden a cada uno de los casos presentados. El procedimiento es:

1. *Identificar los datos con los que se cuenta.*
2. *Elegir la ecuación adecuada a los datos.*
3. *Sustituir los valores conocidos, igualando a cero.*

Ejemplo 1: Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto (3,-5) y tiene una pendiente de $\frac{7}{2}$

Por disponer de un punto (3, -5) y la pendiente m= $\frac{7}{2}$, los sustituiremos en la ecuación

$y - y_1 = m\ (x - x_1)$ $x_1 = 3$; $y_1 = -5$

$$y\ (-5) = \frac{7}{2}\ (x - 3)$$

$$y + 5 = \frac{7}{2}\ (x - 3)$$

Para igualar a cero

$$2(y + 5) = 7\ (x - 3)$$

$$2y + 10 = 7x - 21$$

Como el término en x es positivo cambiaremos los términos del primer miembro al segundo:

$$0 = 7x - 21 - 2y - 10$$

$$0 = 7x - 2y - 31 \quad \text{ó} \quad 7x - 2y - 31 = 0$$

Ejemplo 2: Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (-3,4) y B (1, -2)

Datos $x_1 = -3$ $y_1 = 4$ $x_2 = 1$ $y_2 = -2$	
Sustitución en la ecuación dos puntos	**Igualación a cero**
$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ $y - 4 = \frac{-2-4}{1-(-3)}\lvert x - (-3)\rvert$ $y - 4 = \frac{-6}{1+3}[x+3]$ $y - 4 = \frac{-6}{4}(x+3)$	4(y-4) = -6 (x+3) 4y -16 = -6x -18 6x + 18 + 4y – 16 = 0 6x + 4y + 2 = 0

Ejemplo 3: Una recta cruza los ejes en (2,0) y (0, -6). Determinar su ecuación:

Datos a = 2 b = -6 Ecuación Simétrica	
Sustitución en fórmula	**Igualación a cero**
bx + ay = ab (-6)x + (2)y = (2) (-6) -6x + 2y = -12	$0 \equiv 6x - 2y - 12$ ó 6x – 2y – 12 =0

Ejemplo 4: Una recta de pendiente $-\frac{3}{2}$ pasa por (0, -4). Obtener su ecuación.

Datos $m = -\frac{3}{2}$ b= -4	**Ecuación pendiente ordenada al origen**
Sustitución	**Igualación a cero**
y = mx+ b $y = -\frac{3}{2}x + (-4)$ $y = -\frac{3}{2}x - 4$	Se multiplica por 2 para eliminar denominadores. 2y = -3x -8 3x + 8 + 2y = 0 3x + 2y + 8 = 0

Ejemplo 5: Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto (8,-1) y es perpendicular a la recta 3x + 4y – 9 = 0.

Por ser perpendicular, la pendiente de la recta buscada es inversa y recíproca de la pendiente de la recta dada. Por tanto m dada es $\frac{-A}{B}$ de la ecuación:

$$3x + 4y - 9 = 0 \quad A = 3$$
$$B = 4$$

$m = \frac{-3}{4}$ y la perpendicular es $\frac{4}{3}$

Tenemos punto y pendiente.

Sustitución	Igualación a cero
$y - y_1 = m\,(x - x_1)$ $y - (-1) = \frac{4}{3}(x - 8)$ $y + 1 = \frac{4}{3}\,(x - 8)$	$3\,(y+1) = 4\,(x - 8)$ $3y + 3 = 4x - 32$ $0 = 4x - 32 - 3y - 3$ $\boxed{4x - 3y - 35 = 0}$

V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

A. Resuelve los siguientes ejercicios.

1. Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos (4,2) y (-5,7).

2. Una recta pasa por el punto (7,8) y es paralela a la recta que pasa por (-2,2) y (3,-4). Determina su ecuación.

3. Determina la ecuación de la mediatriz del segmento A(-3,2), B(1,6).

B. Resuelve el Problema Reto.

Las ecuaciones de los lados de un triángulo son:

- $5x - 7y + 27 = 0$
- $9x - 2y - 15 = 0$
- $4x + 5y + 11 = 0$

Determina sus ángulos y comprueba los resultados.